



Roll No.

Total No. of Questions : 9]
(2042)

[Total No. of Printed Pages : 8

UG (CBCS) Ist Year Annual Examination

2047

B.A./B.Sc. MATHEMATICS

(Differential Equations)

(Core)

Paper : MATH 102 TH

Time : 3 Hours]

[Maximum Marks : 70

Note :- Attempt *five* questions in all. Section-A is compulsory and from Section-B attempt *one* question from each of the Units I, II, III and IV of the question paper.
कुल पाँच प्रश्न कीजिए। खण्ड-अ अनिवार्य है और खण्ड-ब की प्रत्येक इकाई-I, II, III तथा IV से एक-एक प्रश्न हल कीजिए।

Section-A (खण्ड-अ)

Compulsory Question

(अनिवार्य प्रश्न)

CH-766

(1)

Turn Over

1. (i) Show that $\sin x$ and $\cos x$ are linearly independent solutions of :

$$\frac{d^2 y}{dx^2} + y = 0$$

दिखाइए कि $\sin x$ और $\cos x$, $\frac{d^2 y}{dx^2} + y = 0$ के रैखिक स्वतन्त्र हल हैं।

- (ii) Define an exact differential equation.

सटीक अन्तर समीकरण की परिभाषा दीजिए।

- (iii) Solve :

$$\frac{d^3 y}{dx^3} + y = 0$$

हल कीजिए :

$$\frac{d^3 y}{dx^3} + y = 0$$

- (iv) Define a Legendre's homogenous linear differential equation.

लिजेंडर के सजातीय रैखिक अवकल समीकरण की परिभाषा दीजिए।

CH-766

(2)

- (v) Solve :

$$y = px + p - p^2$$

हल कीजिए :

$$y = px + p - p^2$$

- (vi) Solve :

$$\frac{dx}{x(y^2 - z^2)} = \frac{dy}{y(z^2 - x^2)} = \frac{dz}{z(x^2 - y^2)}$$

हल कीजिए :

$$\frac{dx}{x(y^2 - z^2)} = \frac{dy}{y(z^2 - x^2)} = \frac{dz}{z(x^2 - y^2)}$$

- (vii) Form a partial differential equation by eliminating

a and b from :

$$z = (x + a)(y + b)$$

a तथा b को विलुप्त करके आंशिक अवकल समीकरण

बनाइए :

$$z = (x + a)(y + b)$$

- (viii) Classify the equation :

$$y^2 r - x^2 t = 0$$

निम्न समीकरण का वर्गीकरण कीजिए :

$$y^2 r - x^2 t = 0$$

CH-766

(3)

Turn Over

2x8=16

Section-B (खण्ड-ब)

Unit-I

(इकाई-I)

2. (a) Solve :

$$(1 + xy)ydx + (1 - xy)xdy = 0$$

हल कीजिए :

$$(1 + xy)ydx + (1 - xy)xdy = 0$$

(b) Solve :

$$(x^2 + y^2 - a^2)xdx +$$

$$(x^2 - y^2 - b^2)ydy = 0$$

हल कीजिए :

$$(x^2 + y^2 - a^2)xdx +$$

$$(x^2 - y^2 - b^2)ydy = 0 \quad 7\frac{1}{2}, 6$$

3. (a) Solve :

$$y = x + a \tan^{-1}p$$

हल कीजिए :

$$y = x + a \tan^{-1}p$$

(b) Solve the differential equation :

$$y^2 + xyp - x^2p^2 = 0$$

निम्न अन्तर समीकरण को हल कीजिए :

$$y^2 + xyp - x^2p^2 = 0$$

6, 7½

CH-766

(4)

Unit-II

(इकाई-II)

4. (a) Solve :

$$(D^2 + 3D + 2)y = e^{2x} \sin x$$

हल कीजिए :

$$(D^2 + 3D + 2)y = e^{2x} \sin x$$

(b) Use method of reduction of order to solve :

$$(D^2 + 1)y = \operatorname{cosec} x$$

आर्डर की कमी की विधि से हल कीजिए :

$$(D^2 + 1)y = \operatorname{cosec} x$$

6, 7½

5. (a) Solve the differential equation :

$$\frac{d^2y}{dx^2} - 3\frac{dy}{dx} + 2y = \sin e^{-x}$$

अन्तर समीकरण को हल कीजिए :

$$\frac{d^2y}{dx^2} - 3\frac{dy}{dx} + 2y = \sin e^{-x}$$

(b) Solve :

$$(D^2 + 4)y = x \sin x$$

हल कीजिए :

$$(D^2 + 4)y = x \sin x$$

7½, 6

CH-766

(5)

Turn Over

Unit-III
(इकाई-III)

6. (a) Solve :

$$x^2 \frac{d^2y}{dx^2} - 3x \frac{dy}{dx} + 5y = \sin(\log x)$$

हल कीजिए :

$$x^2 \frac{d^2y}{dx^2} - 3x \frac{dy}{dx} + 5y = \sin(\log x)$$

(b) Solve :

$$\frac{dx}{z} = \frac{dy}{-z} = \frac{dz}{z^2 + (x+y)^2}$$

हल कीजिए :

$$\frac{dx}{z} = \frac{dy}{-z} = \frac{dz}{z^2 + (x+y)^2} \quad 7^{1/2}, 6$$

7. (a) Solve the differential equation by method of variation of parameters :

$$\frac{d^2y}{dx^2} + 4y = 4 \tan 2x$$

CH-766

(6)

पैरामीटर की भिन्नता विधि द्वारा निम्न अन्तर समीकरण को हल कीजिए :

$$\frac{d^2y}{dx^2} + 4y = 4 \tan 2x$$

(b) Solve :

$$z(z - y)dx + (z + x)zdy + x(x + y)dz = 0$$

हल कीजिए :

$$z(z - y)dx + (z + x)zdy + x(x + y)dz = 0 \quad 7^{1/2}, 6$$

Unit-IV

(इकाई-IV)

8. (a) Find partial differential equation of all Sphere's whose centre lies on z-axis.

सभी क्षेत्रों जिनका केन्द्र z-अक्ष पर स्थित है के आंशिक अवकल समीकरण ज्ञात कीजिए।

CH-766

(7)

Turn Over

(b) Solve Lagrange's linear equation for general solution :

$$p + 3q = 5z - \tan(3x - y)$$

निम्नलिखित लैग्रांजे रेखिक समीकरण को सामान्य हल के लिए हल कीजिए :

$$p + 3q = 5z - \tan(3x - y)$$

7½,6

9. (a) Find a complete integral of the partial differential equation by Charpit method :

$$z^2(p^2z^2 + q^2) = 1$$

निम्नलिखित आंशिक अवकल समीकरण का पूर्ण हल चारपिट विधि से निकालिए :

$$z^2(p^2z^2 + q^2) = 1$$

(b) Solve :

$$xyp + y^2q + 2x^2 - xyz = 0$$

हल कीजिए :

$$xyp + y^2q + 2x^2 - xyz = 0$$

7½,6

CH-766